HMS '08

Grundlagen des Relationenmodells

Inhalt

Übersicht
Grundkonzepte
Abbildung von ER-Diagrammen
Relationenalgebra
Algebraische Optimierung

Übersicht (1)

- **Datenstruktur**
  - Relation (Tabelle)
    - einzige Datenstruktur (neben atomaren Werten)
    - alle Informationen ausschließlich durch Werte dargestellt
    - zeitinvariante Typinformation: Relationenschema
    - Integritätsbedingungen auf/zwischen Relationen: relationale Invarianten
- **Operatoren auf (mehreren) Relationen**
  - Vereinigung, Differenz
  - Kartesisches Produkt
  - Projektion
  - Selektion
  - zusätzlich: Grundoperationen (Einfügen, Löschen, Ändern)

Übersicht (2)

- **Beziehungen**
  - sind stets explizit, binär und symmetrisch
  - werden durch Werte dargestellt: Rolle von Primär-/Fremdschlüssel (Gewährleistung von referentieller Integrität)
  - können in SQL automatisch gewartet werden (referentielle Aktionen)
- **Entwurfstheorie**
  - Normalformenlehre (wünschenswerte und zweckmäßige Relationen)
  - Synthese von Relationen

Grundkonzepte (1)

ERM	RM
Einwertiges Attribut Definitionsbereich Primärschlüssel	wie im ERM
Zusammengesetztes Attribut Mehrwertiges Attribut	nur als unabhängige, einwertige Attribute
Entity-Menge Relationship-Menge	**Relation**

Codd, E.F.: A Relational Model of Data for Large Shared Data Banks, in: Comm. ACM 13:6, June 1970, pp. 377-387.

Grundkonzepte (2)

<u>Mathematische Notation</u>:

$D_1, D_2, \ldots, D_n$	**Definitionsbereiche (Domänen)**
$R \subseteq D_1 \times D_2 \times \ldots \times D_n$	**Relation (Beziehung)**
$t \in R$	**Tupel / Record**

<u>Notation für Datenbank-Relationen</u>:

$A_1, A_2, \ldots, A_n$	**Attribute**
$D_1, D_2, \ldots, D_n$	**primitive Datentypen**
$R \in Rel\ (A_1{:}D_1, \ldots, A_n{:}D_n)$	**Relation über den Attributen $A_1, \ldots, A_n$ mit den Domänen $D_1, \ldots, D_n$**

- **Darstellungsmöglichkeit für R**: n-spaltige Tabelle
  - Jede **Relation** kann als Tabelle dargestellt werden
- **Relation ist eine Menge:** Garantie der Eindeutigkeit der Zeilen/Tupel
  - **Primärschlüssel** (und ggf. mehrere Schlüsselkandidaten)

Grundkonzepte (3)

- **Grundregeln:**
  1. Jede Zeile (Tupel) ist eindeutig und beschreibt ein Objekt der Miniwelt
  2. Die Ordnung der Zeilen ist ohne Bedeutung; durch ihre Reihenfolge wird keine für den Benutzer relevante Information ausgedrückt
  3. Die Ordnung der Spalten ist ohne Bedeutung, da sie einen eindeutigen Namen (Attributnamen) tragen
  4. Jeder Datenwert innerhalb einer Relation ist ein atomares Datenelement
  5. Alle für den Benutzer bedeutungsvollen Informationen sind ausschließlich durch Datenwerte ausgedrückt
  6. Es existieren ein Primärschlüssel und ggf. weitere Schlüsselkandidaten

Grundkonzepte (4)

- **Wie wird „relationenübergreifende“ Information dargestellt?**
  - Fremdschlüssel
    - Bezug auf den Primärschlüssel einer anderen (oder derselben) Relation definiert (gleicher Definitionsbereich)
    - trägt inter- oder intra-relationale Informationen
  - Beziehungen werden durch Fremdschlüssel und zugehörigen Primärschlüssel oder Schlüsselkandidaten dargestellt!

Grundkonzepte (5)

- **Definition Fremdschlüssel:**
  - Ein Fremdschlüssel bzgl. einer Relation R1 ist ein Attribut oder eine Attributkombination FS einer Relation R2, für das/die zu jedem Zeitpunkt gilt: zu jedem Wert (ungleich Null) von FS muss ein gleicher Wert des Primärschlüssels PS oder eines Schlüsselkandidaten SK in irgendeinem Tupel von Relation R1 vorhanden sein.
- **Bemerkungen zu Fremdschlüssel:**
  - Fremdschlüssel und zugehöriger Primärschlüssel (Schlüsselkandidat) tragen wichtige inter-relationale (manchmal auch intra-relationale) Informationen. Sie sind auf dem gleichen Wertebereich definiert (vergleichbar und vereinigungsverträglich). Sie gestatten die Verknüpfung von Relationen mit Hilfe von Relationenoperationen.
  - Fremdschlüssel können Nullwerte aufweisen, wenn sie nicht Teil eines Primärschlüssels sind oder wenn nicht explizit NOT NULL spezifiziert ist.

Grundkonzepte (6)

- **Bemerkungen zu Fremdschlüssel (Forts.)**
  - Schlüsselkandidaten können Nullwerte aufweisen, wenn nicht explizit NOT NULL spezifiziert ist.
  - Ein Fremdschlüssel ist zusammengesetzt, wenn der zugehörige Primärschlüssel (Schlüsselkandidat) zusammengesetzt ist.
  - Eine Relation kann mehrere Fremdschlüssel besitzen, welche die gleiche oder verschiedene Relationen referenzieren.
  - Referenzierte und referenzierende Relation sind nicht notwendigerweise verschieden („self-referencing table").
  - Zyklen sind möglich (geschlossener referentieller Pfad).

Grundkonzepte (7)

- **Modellinhärente Integritätsbedingungen:**
  Welche Zusicherungen werden vom Datenmodell garantiert?
  - Mengeneigenschaft von Relationen (zur Abbildung von Entities/Relationships)
  - Beziehungstypen (1:1, …, n:m) → mit Einschränkungen als (1:n)
  - referentielle Integrität (wertbasiert)
  - Kardinalitätsrestriktionen? → wünschenswert
  - Semantik der benutzerdefinierten Beziehung? → es ist keine Systemunterstützung vorgesehen

Relationenalgebra (1)

- Datenmodell = Datenobjekte + Operatoren
- Unterstützung verschiedener Benutzerklassen
- Im RM wird vereinheitlichte Sprache angestrebt für
  - alle Aufgaben der Datenverwaltung: Datendefinition, Anfragen *(Queries),* Datenmanipulation, Zugriffs-, Integritäts- und Transaktionskontrolle
  - zur Nutzung
    - im 'Stand-Alone'-Modus (Ad-hoc-Anweisungen) und
    - in einer Wirtssprache (eingebettete DB-Anweisungen)
- Vier verschiedene Grundtypen:
  - Relationenalgebra (z. B. ISBL)
  - Relationenkalkül (z. B. Alpha)
  - Abbildungsorientierte Sprachen (z. B. SQL)
  - Graphikorientierte Sprachen (z. B. Query-by-Example)

Relationenalgebra (2)

- **Algebra: nicht leere Menge von Objekten + Familie von Operationen**
- **Operationen**
  - **Klassische Mengenoperationen:**
    - Vereinigung, Differenz, kartesisches Produkt
    - ableitbar: Durchschnitt
  - **Relationenoperationen:**
    - Projektion, Restriktion (Selektion)
    - ableitbar: Verbund (Join), Division
- Auswahlvermögen entspricht Prädikatenkalkül erster Ordnung („relational vollständig“)

Relationenalgebra (3)

- **Selektion (Restriktion): σ_P**
  - **Auswahl von Zeilen einer Relation über ein Prädikat**
  - P = log. Formel (ohne Quantoren!) bestehend aus Attributnamen, Konstanten, Vergleichsoperatoren ($<$, $=$, $>$, $\leq$, $\neq$, $\geq$) und logischen Verknüpfungen ($\vee$, $\wedge$, $\neg$)
  - $\sigma_P(R) = \{ t \mid t \in R \wedge P(t)\}$
  - Beispiel:

ERG := σ $_{ANR='K55' \wedge GEHALT > 50\,000}$ (PERS)

PERS	PNR	NAME	ALTER	GEHALT	ANR	MNR
	$\boxed{406}$	$\boxed{\text{COY}}$	$\boxed{47}$	$\boxed{50\,700}$	$\boxed{\text{K55}}$	$\boxed{123}$
	123	MÜLLER	32	43 500	K51	-
	829	SCHMID	36	45 200	K53	777
	574	ABEL	28	36 000	K55	123

Relationenalgebra (4)

- **Projektion: π**
  - **Auswahl von Spalten (Attribute) $A_1, A_2, \ldots, A_k$ aus einer Relation R (Grad n >= k)**
  - $\pi_{A_1, A_2, \ldots, A_k}(R) = \{ p \mid \exists t \in R : p = < t[A_1], \ldots, t[A_k] >\}$
    (Alternative: Benutzung von Spaltennummern)
  - Duplikateliminierung
  - Beispiel:

π $_{ANR, MNR}$ (PERS)

PERS	PNR	NAME	ALTER	GEHALT	ANR	MNR
	406	COY	47	50 700	K55	123
	123	MÜLLER	32	43 500	K51	-
	829	SCHMID	36	45 200	K53	777
	574	ABEL	28	36 000	~~K55~~	~~123~~

Relationenalgebra (5)

- Klassische Mengenoperationen
  - **Voraussetzung: Gleicher Grad und Vereinigungsverträglichkeit der beteiligten Relationen**
  - **Basisoperatoren**
    Vereinigung: $R \cup S = \{t \mid t \in R \vee t \in S\}$
    Differenz: $R - S = \{t \mid t \in R \wedge t \notin S\}$
  - **Redundante Operatoren**
    Durchschnitt: $R \cap S = R - (R - S) = \{t \mid t \in R \wedge t \in S\}$
    Symmetrische Differenz: $R \triangleright S = (R \cup S) - (R \cap S)$

Relationenalgebra (6)

- Erweitertes Kartesisches Produkt
  - $K = R \times S = \{ k \mid \exists x \in R, y \in S: (k = x \mid y)\}$
    mit $x \mid y = <x_1, \ldots, x_r, y_1, \ldots, y_s>$,

    nicht $<<x_1, \ldots, x_r>, <y_1, \ldots, y_s>>$
    wie ‚übliches' kartesisches Produkt!

PERS	<u>PNR</u>	ALTER	ANR
	406	47	K55
	123	32	K51
	829	36	K53

ABT	<u>ANR</u>	ANAME	ORT
	K51	PLAN.	KL
	K53	EINK.	F

ABT x PERS	ANR	ANAME	ORT	PNR	ALTER	ANR'
	K51	PLAN.	KL	406	47	K55
	K51	PLAN.	KL	123	32	K51
	K51	PLAN.	KL	829	36	K53
	K53	EINK.	F	406	47	K55
	K53	EINK.	F	123	32	K51
	K53	EINK.	F	829	36	K53

Relationenalgebra (7)

- Verbund, Join, Θ-Join
  - Seien R und S Relationen, $\Theta \in \{<, =, >, \leq, \neq, \geq\}$ (arithm. Vergleichsoperator), A Attribut von R und B Attribut von S. Θ-Verbund zwischen R und S:

    $$\mathbf{V = (R \underset{A\,\Theta\,B}{\bowtie} S) = \sigma_{A\,\Theta\,B}\,(R \times S)}$$

  - Alternative Definition anhand Spaltennummern
    Annahme: R hat Grad r und S hat Grad s, $1 \leq i \leq r$, $1 \leq j \leq s$,

    $$\mathbf{V = (R \underset{i\,\Theta\,j}{\bowtie} S) = \sigma_{i\,\Theta\,r+j}\,(R \times S)}$$

  - Gleichverbund (Θ = „=“)
    - Ein Gleichverbund zwischen R und S heißt *verlustfrei*, wenn alle Tupel von R und S am Verbund teilnehmen (sonst *verlustbehaftet*). Die inverse Operation Projektion erzeugt dann wieder R und S (***lossless join***).

Relationenalgebra (8)

- Verbund, Join, Θ-Join (Forts.)
  - Definition ‚fortsetzbar‘ auf mehrere Join-Attribute
  - Natürlicher Verbund R $\bowtie$ S: Gleichverbund über alle übereinstimmenden Attribute und anschließende Projektion, so dass keine Attribute doppelt
  - Verlustfreier Verbund:

    $\pi_{\text{ANR, ANAME, ORT}}$ (ABT $\bowtie$ PERS) = ABT

    $\pi_{\text{PNR, ANR, ALTER}}$ (ABT $\bowtie$ PERS) = PERS;

ABT	ANR	ANAME	ORT
	K51	PLAN	KL
	K53	EINK.	F
	K55	VERTR.	F

PERS	PNR	ALTER	ANR
	406	47	K55
	123	32	K51
	829	36	K53
	574	28	K55

ABT ⋈ PERS	ANR	ANAME	ORT	PNR	ALTER
	K51	PLAN	KL	123	32
	K53	EINK.	F	829	36
	K55	VERTR.	F	406	47
	K55	VERTR.	F	574	28

Relationenalgebra (9)

- Definition *Natürlicher Verbund*
  - gegeben: $R(A_1, A_2, \ldots, A_{r-j+1}, \ldots, A_r)$, $S(B_1, B_2, \ldots, B_j, \ldots, B_s)$
  - o.B.d.A. (sonst. Umsortierung): $B_1 = A_{r-j+1}, B_2 = A_{r-j+2}, \ldots, B_j = A_r$
  - Natürlicher Verbund zwischen R und S:

$N = R \bowtie S =$

$$\pi_{A_1, \ldots, A_r, B_{j+1}, \ldots, B_s}(\sigma_{(R.A_{r-j+1} = S.B_1) \wedge \ldots \wedge (R.A_r = S.B_j)}(R \times S))$$

Relationenalgebra (10)

- Natürlicher Verbund – Beispiel
  - Finde alle Angestellten (PNR, ALTER, ANAME), die in einer Abteilung in Frankfurt arbeiten und zwischen 30 und 34 Jahre alt sind.

ABT	ANR	ANAME	AORT
	K51	Planung	Kaiserslautern
	K53	Einkauf	Frankfurt
	K55	Vertrieb	Frankfurt

PERS	PNR	NAME	ALTER	GEHALT	ANR	MNR
	406	Coy	47	50 700	K55	123
	123	Müller	32	43 500	K51	-
	829	Schmid	36	45 200	K53	777
	574	Abel	28	36 000	K55	123

Relationenalgebra (11)

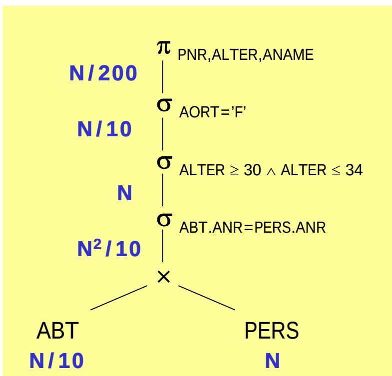
- Natürlicher Verbund – Beispiel (Forts.)
  - **Annahmen:**
    - ABT: N/10 Tupel
    - PERS: N Tupel
    - Gleichverteilung der Attributwerte
      AORT: 20 Werte
      ALTER: 50 Werte
    - Stochastische Unabhängigkeit der Werte verschiedener Attribute
    - Verlustfreie Verbunde von R1 und R2 über Primär-/Fremdschlüssel, mit Card(R1) < Card(R2): Card(R1 $\bowtie$ R2) = Card(R2)

Relationenalgebra (12)

- Natürlicher Verbund – Beispiel (Forts.)
  - **Lösung 1:**

$\pi_{\text{PNR,ALTER,ANAME}}$
$(\sigma_{\text{AORT='F'}}\ (\sigma_{\text{ALTER} \geq 30\ \wedge\ \text{ALTER} \leq 34}\ (\sigma_{\text{ABT.ANR=PERS.ANR}}\ (\text{ABT} \times \text{PERS}))))$

zugehöriger Operatorbaum:

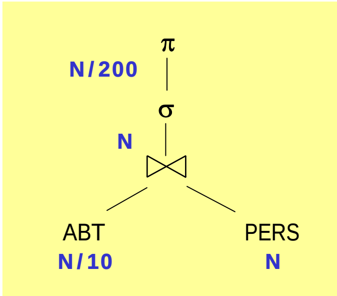


Relationenalgebra (13)

- Natürlicher Verbund – Beispiel (Forts.)
  - **Lösung 2:**

$\pi_{PNR,ALTER,ANAME}\ (\sigma_{ALTER \geq 30 \wedge ALTER \leq 34 \wedge AORT='F'}\ (ABT \bowtie PERS))$

zugehöriger Operatorbaum:

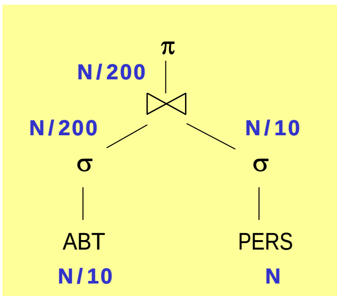


Relationenalgebra (14)

- Natürlicher Verbund – Beispiel (Forts.)
  - **Lösung 3:**

$\pi_{PNR,ALTER,ANAME}\ ((\sigma_{AORT='F'}\ (ABT)) \bowtie (\sigma_{ALTER \geq 30 \wedge ALTER \leq 34}\ (PERS)))$

zugehöriger Operatorbaum:

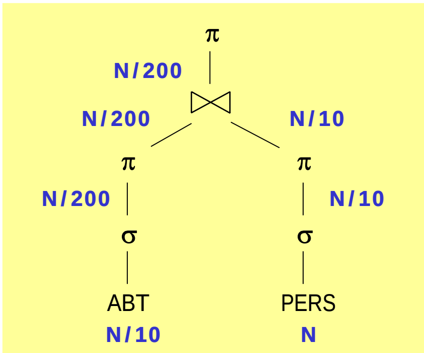


Relationenalgebra (15)

- Natürlicher Verbund – Beispiel (Forts.)
  - **Lösung 4:**

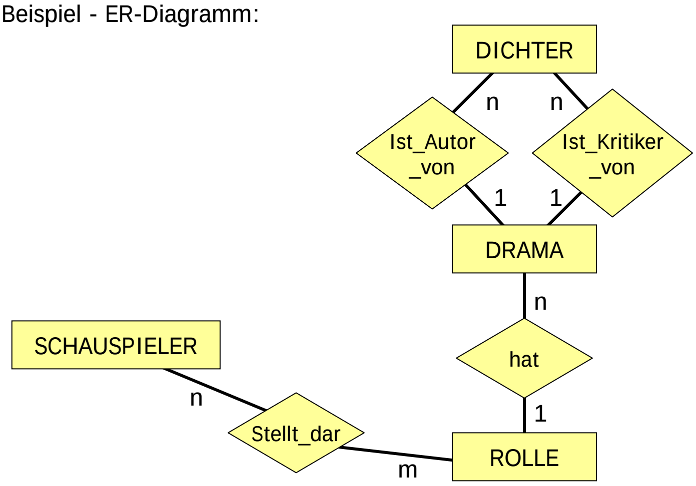
$$\pi_{PNR,ALTER,ANAME}((\pi_{ANR,ANAME}(\sigma_{AORT='F'}(ABT))) \bowtie (\pi_{PNR,ALTER,ANR}(\sigma_{ALTER \geq 30 \wedge ALTER \leq 34}(PERS))))$$

zugehöriger Operatorbaum:



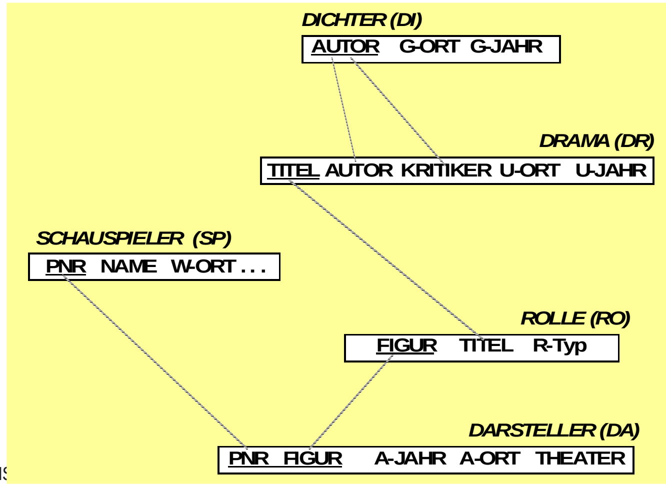
Relationenalgebra (16)

- Beispiel - ER-Diagramm:



Relationenalgebra (17)

- Beispiel – relationales DB-Schema:



Relationenalgebra (18)

- Beispiel – Anfragen:
  - Finde alle Schauspieler (NAME), die die Figur „Faust“ gespielt haben.

    $\pi_{\text{NAME}} (\sigma_{\text{FIGUR=„FAUST“}} (\text{SP} \bowtie_{\text{PNR}} \text{DA}))$

  - Finde alle Schauspieler (NAME), die im Drama „Faust“ mitgespielt haben.

    $\pi_{\text{NAME}} (\sigma_{\text{TITEL = „Faust“}} (\text{SP} \bowtie_{\text{PNR}} \text{DA} \bowtie_{\text{FIGUR}} \text{RO}))$

  - Finde alle Schauspieler (NAME), die in Dramen von Schiller mitgespielt haben.

    $\pi_{\text{NAME}} (\sigma_{\text{AUTOR = „Schiller“}} (\text{SP} \bowtie_{\text{PNR}} \text{DA} \bowtie_{\text{FIGUR}} \text{RO} \bowtie_{\text{TITEL}} \text{DR}))$

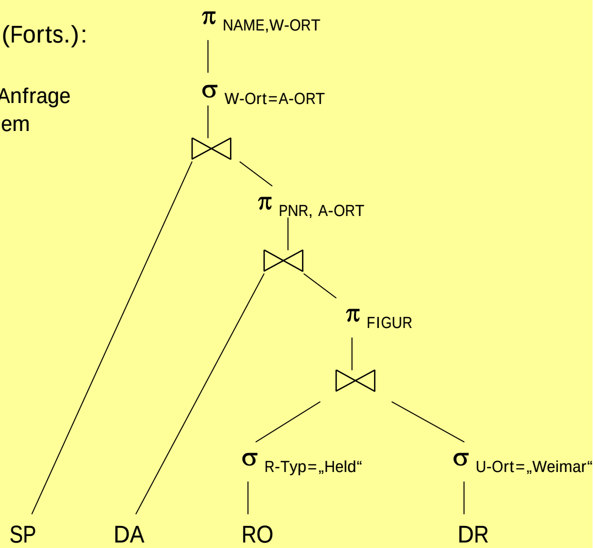
Relationenalgebra (19)

- Beispiel – Anfragen (Forts.):
  - Finde alle Schauspieler (NAME, W-ORT), die bei in Weimar uraufgeführten Dramen an ihrem Wohnort als 'Held' mitgespielt haben.

$$\pi_{NAME,\ W\text{-}ORT}\ (\sigma_{W\text{-}ORT=\ A\text{-}ORT}\ (SP \underset{PNR}{\bowtie} (\pi_{PNR,\ A\text{-}ORT}\ (DA \underset{FIGUR}{\bowtie} (\pi_{FIGUR}\ ((\sigma_{R\text{-}TYP\ =\ 'HELD'}\ RO) \underset{TITEL}{\bowtie} (\sigma_{U\text{-}ORT\ =\ 'WEIMAR'}\ DR)))))))$$

Relationenalgebra (20)

- Beispiel – Anfragen (Forts.):
  - Vorangegangene Anfrage entspricht folgendem Operatorbaum:



Relationenalgebra (21)

- Beispiel – Anfragen (Forts.):
  - Liste alle Dramen mit ihren Autoren (TITEL, AUTOR, G-JAHR) auf, die nach 1800 uraufgeführt wurden.

$$\pi_{\text{TITEL, AUTOR, G-JAHR}} (\sigma_{\text{U-JAHR} > 1800} (\text{DI} \underset{\text{AUTOR}}{\bowtie} \text{DR}))$$

  - Finde alle Schauspieler (NAME, W-ORT), die in Dramen von Schiller, die von in Weimar geborenen Dichtern kritisiert wurden, mitgespielt haben.

$$\pi_{\text{NAME, W-ORT}} (\text{SP} \underset{\text{PNR}}{\bowtie} \text{DA} \underset{\text{FIGUR}}{\bowtie} \text{RO} \underset{\text{TITEL}}{\bowtie}$$
$$(\sigma_{\text{AUTOR=„Schiller“}} (\text{DR})) \underset{\text{KRITIKER=AUTOR}}{\bowtie} (\sigma_{\text{G-ORT=„Weimar“}} (\text{DI})))$$

Relationenalgebra (22)

- Beispiel – Anfragen (Forts.):
  - Finde die Schauspieler, die **nie** gespielt haben.

$$\pi_{\text{PNR}} (\text{SP}) - \pi_{\text{PNR}} (\text{DA}))$$

  - Finde die Schauspieler, die **nur** Faust oder Wallenstein gespielt haben.

$$\pi_{\text{PNR}} (\text{DA}) - \pi_{\text{PNR}} (\sigma_{\text{FIGUR}\neq\text{„FAUST“} \wedge \text{FIGUR}\neq\text{„Wallenstein“}} (\text{DA})))$$

  - Anfragen wie „Welcher Dichter ist Schauspieler?“ oder „Welcher Dichter hat in einem seiner Stücke gespielt?“ können „eigentlich“ nicht beantwortet werden, da es keine systemkontrollierte Beziehung zwischen **Dichter** und **Schauspieler** gibt.

Relationenalgebra (23)

- ACHTUNG: Connection Trap!
  - Verbund kann im Allg. nicht als Umkehroperation zur Projektion angesehen werden
  - Beispiel: DA1 und DA2 als Projektionen auf DA; DA3 als Verbund von DA1 und DA2

DA	PNR	FIGUR	A-ORT
	P1	Faust	MA
	P1	Mephisto	KL
	P2	Wallenstein	MA

DA1	PNR	A-ORT
	P1	MA
	P1	KL
	P2	MA

DA2	FIGUR	A-ORT
	Faust	MA
	Mephisto	KL
	Wallenstein	MA

DA3	PNR	FIGUR	A-ORT
	P1	Faust	MA
	P1	Wallenstein	MA
	P1	Mephisto	KL
	P2	Faust	MA
	P2	Wallenstein	MA

Algebraische Optimierung (1)

- Relationenalgebraische Formulierungen spezifizieren Ausführungs-reihenfolge (prozedurale Elemente), äquivalente Umformungen möglich
- **Optimierungsproblem**
  - gegeben: Ausdruck der Relationenalgebra (RA)
  - gesucht: äquivalenter, möglichst effizient auszuführender RA-Ausdruck
  - Bestimmung einer möglichst guten Ausführungsreihenfolge (Einsatz von Heuristiken)
- **Statistische Kenngrößen** werden dem DB-Katalog entnommen
  - N_i = Card(R_i)
  - j_i = Anzahl der verschiedenen Werte eines Attributs A_i

Algebraische Optimierung (2)

- **Rewrite-Regeln**
  - Kommutativgesetz für Produkte und Verbunde
    - $R1 \times R2 \equiv R2 \times R1$
    - $R1 \bowtie R2 \equiv R2 \bowtie R1$
  - Assoziativgesetz für Produkte und Verbunde
    - $(R1 \times R2) \times R3 \equiv R1 \times (R2 \times R3)$
    - $(R1 \bowtie R2) \bowtie R3 \equiv R1 \bowtie (R2 \bowtie R3)$
  - Zusammenfassung von Folgen von Projektionen
    - $\pi_{A,B,C} (\pi_{A,B,C,\ldots,Z} (SP)) \equiv \pi_{A,B,C} (SP)$
  - Zusammenfassung von Folgen von Selektionen
    - $\sigma_{F1} (\sigma_{F2} (R)) \equiv \sigma_{F1 \wedge F2} (R) \equiv \sigma_{F2 \wedge F1} (R) \equiv \sigma_{F2} (\sigma_{F1} (R))$

$\bowtie$ steht hier für beliebige Θ-Verbunde

Jarke, M., Koch, J.: Query Optimization in Database Systems, in: Computing Surveys 16:2, 1984, pp. 111-152.

Algebraische Optimierung (3)

- **Rewrite-Regeln (Forts.)**
  - Vertauschung von Selektionen und Projektionen
    - F enthält nur Attribute aus A, …, Z:
      $\sigma_F (\pi_{A, \ldots, Z} (R)) \equiv \pi_{A, \ldots, Z} (\sigma_F (R))$
    - F enthält Attribute aus A, …, Z, B1, …, Bm:
      $\pi_{A, \ldots, Z} (\sigma_F (R)) \equiv \pi_{A, \ldots, Z} (\sigma_F (\pi_{A, \ldots, Z, B1, \ldots, Bm} (R)))$
  - Vertauschung von Selektion und Kartesischem Produkt
    - F enthält nur Attribute aus R1:
      $\sigma_F (R1 \times R2) \equiv \sigma_F (R1) \times R2$
    - allgemeiner: $F = F1 \wedge F2 \wedge F3$
      F1 nur auf R1, F2 nur auf R2, F3 auf beiden
      $\sigma_F (R1 \times R2) \equiv \sigma_{F1} (R1) \underset{F3}{\bowtie} \sigma_{F2} (R2)$

Algebraische Optimierung (4)

- Annahmen
  - Gleichverteilung der Attributwerte eines Attributes
  - Stochastische Unabhängigkeit der Werte verschiedener Attribute
- Selektivitätsfaktor (SF)
  - basiert auf statistischen Werten
  - beschreibt hinsichtlich eines Qualifikationsprädikats den erwarteten Anteil an Tupeln, die das Prädikat erfüllen
  - $0 \leq SF \leq 1$
  - $Card(\sigma_p(R)) = SF(p) \cdot Card(R)$

Algebraische Optimierung (5)

- **SF-Berechnung**

j_i:Anzahl der Werte des Attributs A_i

- $A_i = a_i$ $\quad SF = \begin{cases} 1/j_i & \text{falls } j_i \text{ bekannt, z.B. Index auf } A_i \\ 1/10 & \text{sonst} \end{cases}$
- $A_i = A_k$ $\quad SF = \begin{cases} 1/\max(j_i, j_k) & \text{falls } j_i \text{ und } j_k \text{ bekannt} \\ 1/j_i & \text{falls nur } j_i \text{ bekannt} \\ 1/10 & \text{sonst} \end{cases}$
- $A_i \geq a_i$ $\quad SF = \begin{cases} (\text{high-key} - a_i)/(\text{high-key} - \text{low-key}) & \text{falls bekannt} \\ 1/3 & \text{sonst} \end{cases}$
- $A_i \geq a_i \wedge A_i \leq a_k$ $\quad SF = \begin{cases} (a_k - a_i)/(\text{high-key} - \text{low-key}) & \text{falls bekannt} \\ 1/4 & \text{sonst} \end{cases}$

Algebraische Optimierung (6)

- **SF-Berechnung bei Ausdrücken**
  - $SF(p(A) \wedge p(B)) = SF(p(A)) \cdot SF(p(B))$
  - $SF(p(A) \vee p(B)) = SF(p(A)) + SF(p(B)) - SF(p(A)) \cdot SF(p(B))$
  - $SF(\neg p(A)) = 1 - SF(p(A))$
- **Join-Selektivitätsfaktor (JSF)**
  - Card (RS) = JSF * Card(R) * Card(S)
  - bei (N:1)-Joins (verlustfrei): Card (RS) = Max(Card(R), Card(S))

N. Ritter, HMS

39

Algebraische Optimierung (7)

- **Beispiel**
  - **DB-Schema**

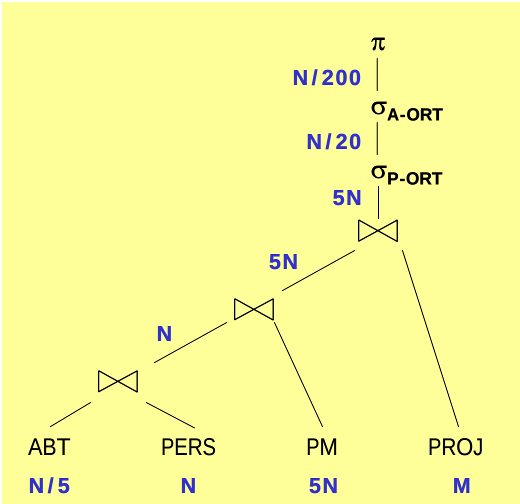
    ABT (<u>ANR</u>, BUDGET, A-ORT)
    PERS (<u>PNR</u>, NAME, BERUF, GEHALT, ALTER, ANR)
    PM (<u>PNR,JNR</u>, DAUER, ANTEIL)
    PROJ (<u>JNR</u>, BEZEICHNUNG, SUMME, P-ORT)
  - **Anfrage**: *Finde Name und Beruf von Angestellten, deren Abteilung in KL ist und die in KL Projekte durchführen.*
  - **Annahmen:**
    - ABT: N/5 Tupel
    - PERS: N Tupel
    - PM: 5N Tupel
    - PROJ: M Tupel
    - Anzahl der Attributwerte von A-ORT: 10, P-ORT: 100
    - Verlustfreie Verbunde von R1 und R2 über Primär-/Fremdschlüssel

N. Ritter, HMS

40

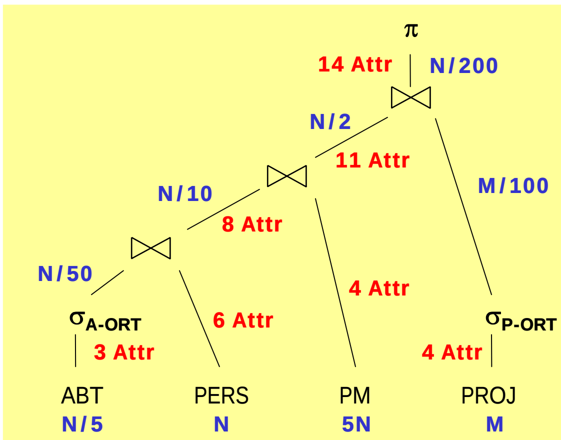
Algebraische Optimierung (8)

- **Beispiel (Forts.)**
  - **Ausgangslösung:**



Algebraische Optimierung (9)

- **Beispiel (Forts.)**
  - **Verschieben der Selektion:**



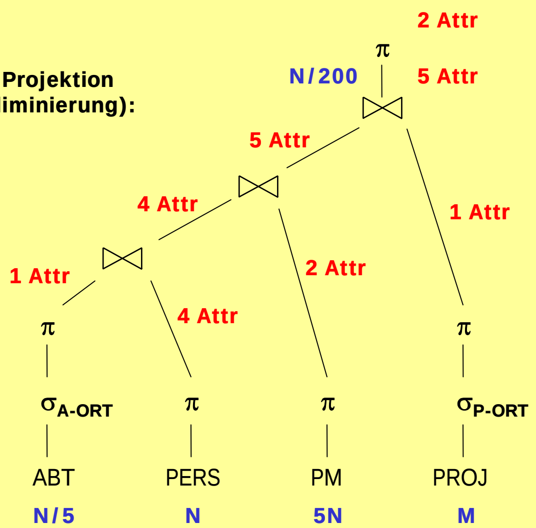
Algebraische Optimierung (9)

- **Beispiel (Forts.)**
  - **Verschieben der Selektion:**

I.
Führe Selektion so früh wie möglich aus!

Algebraische Optimierung (10)

- **Beispiel (Forts.)**
  - **Verschieben der Projektion (ohne Duplikateliminierung):**



Algebraische Optimierung (10)

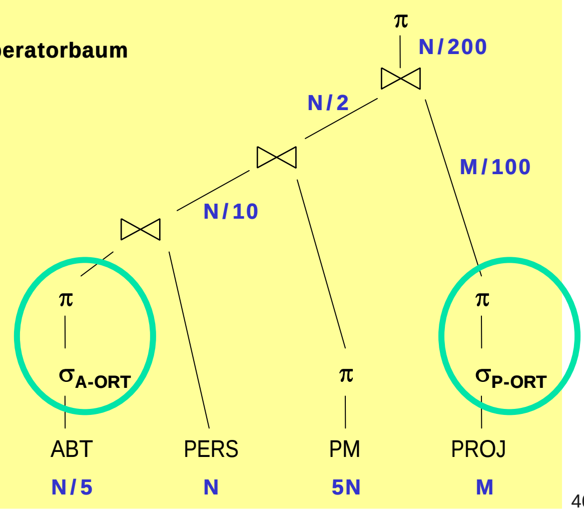
- **Beispiel (Forts.)**
  - **Verschieben der Projektion (ohne Duplikateliminierung):**

II.
Führe Projektion
(ohne Duplikateliminierung)
so früh wie möglich aus!

Bem.: Der Nutzen einer frühzeitigen Projektions-ausführung hängt von mehreren Faktoren ab.

Algebraische Optimierung (11)

- **Beispiel (Forts.)**
  - **Optimierter Operatorbaum (Vorschlag):**



Algebraische Optimierung (11)

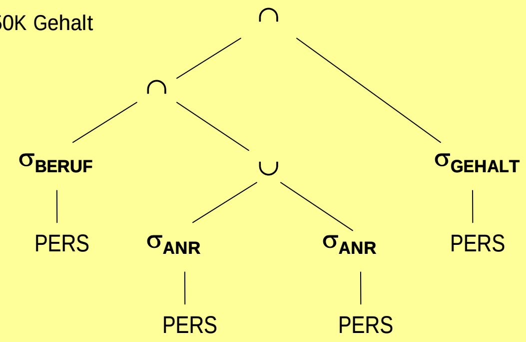
- **Beispiel (Forts.)**
  - **Optimierter Operatorbaum (Vorschlag):**

III.

Verknüpfe Folgen von unären Operatoren wie Selektion und Projektion (wenn diese tupelweise abgewickelt werden können)!

Algebraische Optimierung (12)

- **Weitere Optimierungsmaßnahmen**
  - **Ausdrucksauswertung**
    - Beispiel: Finde alle Programmierer aus Abteilung K51 oder K55 mit mehr als 50K Gehalt



Algebraische Optimierung (12)

- **Weitere Optimierungsmaßnahmen (Forts.)**
  - **Ausdrucksauswertung**
    - Beispiel: Finde alle Programmierer
      aus Abteilung K51 oder K55
      mit mehr als 50K Gehalt

$$\sigma_{\text{BERUF=„P“} \wedge \text{GEHALT>50K} \wedge (\text{ANR=„K51“} \vee \text{ANR=„K55“})}$$

$$|$$

PERS

Algebraische Optimierung (12)

- **Weitere Optimierungsmaßnahmen (Forts.)**
  - **Ausdrucksauswertung**
    - Beispiel: Finde alle Programmierer
      aus Abteilung K51 oder K55
      mit mehr als 50K Gehalt

IV.

Fasse einfache Selektionen auf einer Relation zusammen!

Algebraische Optimierung (13)

- **Weitere Optimierungsmaßnahmen (Forts.)**

V.
Verknüpfe bestimmte Selektionen mit einem vorausgehenden Kartesischen Produkt zu einem Verbund!

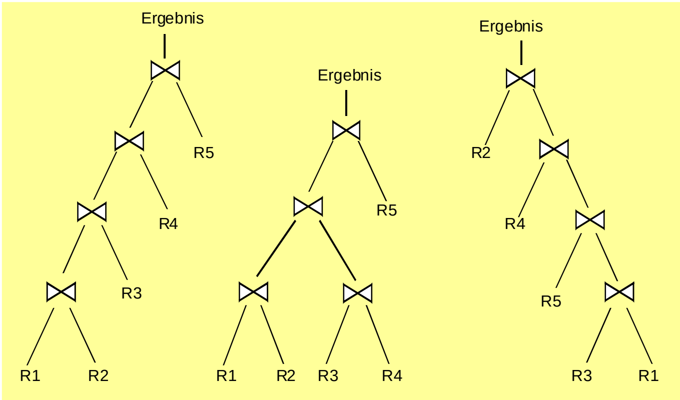
VI.
Berechne gemeinsame Teilbäume nur einmal (wenn die Zwischen-speicherung der Ergebnisse nicht zu teuer ist)!

Algebraische Optimierung (14)

- **Weitere Optimierungsmaßnahmen (Forts.)**
  - Kombination von Verbundoperationen
    - Assoziativität und Kommutativität von Verbundoperationen (gilt auch für Vereinigung und Durchschnitt)
    - **Allgemeines Problem bei binären Relationenoperationen**
      - Was ist die beste Verknüpfungsreihenfolge?
      - Im allgemeinen Fall sind n! Reihenfolgen möglich
      - Die genaue Größe einer Zwischenrelation ergibt sich erst nach Ende der erzeugenden Operation
        - Dynamische Entscheidung aufwendiger, aber genauer als Abschätzung
        - Bei jedem Auswertungsschritt werden die momentan kleinsten (Zwischen-)Relationen ausgewählt

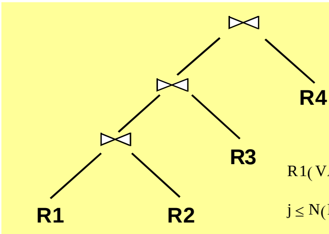
Algebraische Optimierung (15)

- **Weitere Optimierungsmaßnahmen (Forts.)**
  - Kombination von Verbundoperationen (Forts.)
    - **Allgemeines Problem bei binären Relationenoperationen (Forts.)**
      - Einige Verknüpfungsreihenfolgen für den Verbund mit n=5



Algebraische Optimierung (16)

- **Weitere Optimierungsmaßnahmen (Forts.)**
  - Kombination von Verbundoperationen (Forts.)
    - **Abschätzung**
      - beim (1:n)-Verbund: N(R1)=j $\Rightarrow$ N(T1)=N(R2)
    - **Bestimmung der Verbundreihenfolge (Heuristik):**



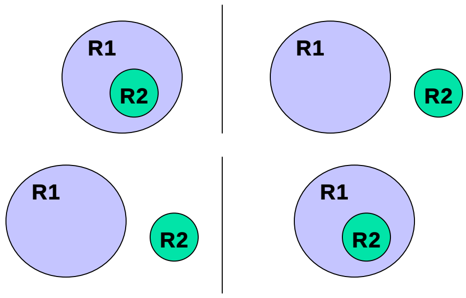
$R1(VA) = R2(VA) = R3(VA) = R4(VA)$

$j \leq N(R1) < N(R2) < N(R3) < N(R4)$

VII. Bestimme die Verbundreihenfolge so, dass die Anzahl und Größe der Zwischenobjekte minimiert wird!

Algebraische Optimierung (17)

- **Weitere Optimierungsmaßnahmen (Forts.)**
  - Reihenfolge von Mengenoperationen
  - Kardinalität der Vereinigung:
    $\max(N(R1), N(R2))$
    $\leq N(R1 \cup R2)$
    $\leq N(R1) + N(R2)$
  - Kardinalität des Durchschnitts:
    0
    $\leq N(R1 \cap R2)$
    $\leq \min(N(R1), N(R2))$



VIII. Verknüpfe bei Mengenoperationen immer zuerst die kleinsten Relationen!

Algebraische Optimierung (18)

- **Heuristische Regeln:**
  - Führe Selektion so früh wie möglich aus
  - Führe Projektion (ohne Duplikateliminierung) frühzeitig aus
  - Verknüpfe Folgen von unären Operationen wie Selektion und Projektion
  - Fasse einfache Selektionen auf einer Relation zusammen
  - Verknüpfe bestimmte Selektionen mit einem vorausgehenden Kartesischen Produkt zu einem Verbund
  - Berechne gemeinsame Teilbäume nur einmal
  - Bestimme Verbundreihenfolge so, dass die Anzahl und Größe der Zwischenobjekte minimiert wird
  - Verknüpfe bei Mengenoperationen immer zuerst die kleinsten Relationen

Weitere Operatoren (11)

- Äußerer Verbund (Forts.)
  - Beispiele:

R	A	B	C
	a_1	b_1	c_1
	a_2	b_2	c_2

S	C	D	E
	c_1	d_1	e_1
	c_3	d_2	e_2

$\bowtie$

ERG	A	B	C	D	E
	a_1	b_1	c_1	d_1	e_1

⟖

ERG	A	B	C	D	E
	a_1	b_1	c_1	d_1	e_1
	--	--	c_3	d_2	e_2

⟕

ERG	A	B	C	D	E
	a_1	b_1	c_1	d_1	e_1
	a_2	b_2	c_2	--	--

⟗

ERG	A	B	C	D	E
	a_1	b_1	c_1	d_1	e_1
	a_2	b_2	c_2	--	--
	--	--	c_3	d_2	e_2

Relationenalgebra

- Zusammenfassung
  - Algebra mit Auswahlvermögen der Prädikatenlogik 1. Stufe
  - Abgeschlossenheit bzgl. der Algebraoperationen
  - Klassische Mengenoperationen
  - Relationenoperationen